

Tous les doigts de l'école

L'histoire commence un beau jour du mois de Février 1986, au cours d'un jeu : les enfants de la classe de CPb sont en rond et récitent la comptine numérique de dix en dix ; chacun, à son tour, lève les doigts de ses deux mains et ajoute dix au nombre précédent.

Aurélien, séduit par le jeu, propose tout à coup : « et si on comptait les doigts de toute l'école ? »...

L'idée de l'enquête

Le lendemain, à la patinoire, il n'y a pas d'accompagnateurs... C'est bien long de lacer tous les patins... « Heureusement que nous ne sommes pas des mille-pattes » ? ... dit Christelle.

... Vous avez dit « mille-pattes » ? Vite apprenons la poésie combien de pattes ?, extraite des Comptines d'hier et d'aujourd'hui de Marie Tenaille. Ed. Fleurus.

... Et de fil en aiguille - ou de pattes en doigts - voici que germe l'idée de l'enquête.

Le texte suivant, élaboré collectivement, est proposé à chaque classe de l'école :

Nous faisons une enquête.
Pouvez-vous nous dire :
Combien de personnes y a-t-il dans votre classe ?
ou
Combien de mains avez-vous en tout ?
ou
Combien de doigts avez-vous en tout ?

La maîtresse demande à ses collègues de ne faire répondre leur classe qu'à une seule de ces questions.

... Quelques jours plus tard...

De l'enquête au problème

Voici les résultats obtenus lors de - l'enquête:

	CM2A	CM2B	CM1A	CM1B	CE2	CE1CE2	CE1	CPA	CPB
PERSONNES							32	23	
MAINS			44	48	68				
DOIGTS	500	240				310			220

Comment trouver les autres réponses, à partir des renseignements que l'on connaît ?

Du point de vue mathématique, il s'agit - exprimé dans un langage accessible aux enfants - d'utiliser des relations du type :

- 1 pour 2 ou 2 pour 1, si on veut passer du nombre de mains au nombre de personnes ou réciproquement ;
- 1 pour 5 ou 5 pour 1, 2 pour 10 ou 10 pour 2, pour la relation mains-doigts ;
- 1 pour 10 ou 10 pour 1, pour la relation doigts-personnes.

Comment les enfants peuvent-ils traiter ce problème, au mois de mars d'un Cours Préparatoire ?

Cela dépend, bien sûr, des « outils » dont ils disposent.

Dans cette classe, ils sont capables à ce moment de l'année:

- d'utiliser la *suite* numérique pour dénombrer des collections d'une cinquantaine d'éléments ;
- de compter de 2 en 2, de 10 en 10 ;
- de construire une collection d'objets à partir du code écrit de son nombre d'éléments ;
- de pratiquer des jeux d'échange variés ;
- d'utiliser des compteurs (en base dix) pour afficher un nombre d'éléments supérieur à ceux qu'ils savent lire ou écrire (cf. les travaux de l'équipe ERMEL au CP).

On peut donc supposer que la résolution du problème se fera au travers d'activités de « comptage » plus que de « calcul » : comptage de personnes, de mains, de doigts, suivant la donnée initiale reçue et constitution des collections manquantes, ce qui nécessite une bonne compréhension des relations enjeu entre ces diverses collections.

Résolution du problème par le comptage

Première séance : la classe est organisée en équipes de deux ou quatre enfants.

Chaque équipe est chargée de compléter les renseignements pour une classe donnée.

Des cubes emboîtables sont à la disposition des enfants : on convient, ensemble, que ces cubes pourront représenter tantôt des personnes, tantôt des mains, tantôt des doigts...

Cette séance sert de sensibilisation au problème et permet, effectivement, à chaque équipe, d'ébaucher quelques stratégies de résolution, mais elle montre aussi la nature des difficultés des enfants : comment travailler à quatre sur les mêmes données ? Quel est le rôle de chaque enfant au sein de l'équipe ?

Seules les équipes de deux enfants parviennent à un résultat. La maîtresse ne peut pas suivre d'assez près le travail de chaque groupe pour leur permettre de mener à bien les méthodes utilisées.

Deuxième séance : travail en demi-classe (l'autre moitié pratiquant, de façon autonome, un jeu mathématique familier), en équipes de deux enfants, puis inversion des rôles des deux demi-classes.

A la fin de la séance toutes les équipes ont déterminé les deux résultats manquants, quels que soient les moyens utilisés. Nous allons en donner quelques exemples :

Equipes disposant d'un nombre de doigts

La principale difficulté, dans ce cas, consiste à construire, à l'aide des cubes, la collection de doigts à partir d'un nombre à trois chiffres que les enfants ne savent pas lire.

Les trois équipes utilisent un compteur et une feuille partagée en trois colonnes servant d'abaque : l'un des enfants dispose les cubes un à un sur la feuille-abaque* tandis que l'autre fait tourner le compteur; les échanges, sur la feuille-abaque, se font à chaque dizaine.

Au bout d'un certain temps, dans deux des équipes, les cubes sont directement posés en barre de dix dans la colonne des dizaines tandis que l'enfant qui manipule le compteur tourne la roue des dizaines (les enfants ne parlent pas de dizaines mais de « barres de dix »...). Ils utilisent les échanges jusqu'à obtenir le nombre de doigts initial.

La manière dont la collection de doigts est ainsi constituée leur donne immédiatement le nombre de personnes (nombre de « barres de dix »), puis le nombre de mains en séparant les barres en deux.

Les procédures utilisées permettent un contrôle de la situation en revenant au nombre de doigts à partir d'un des deux nombres trouvés. Par exemple, dans une équipe ayant travaillé avec beaucoup d'agitation, une erreur sur le nombre de mains est trouvée par les enfants eux-mêmes : « on s'est trompé parce qu'il y a une main toute seule et personne n'a qu'une main... » ce qui les conduit à chercher la « main » manquante... et à la retrouver sous la table...

Equipes disposant du nombre de personnes

La constitution de la collection de personnes se fait facilement par comptage direct, sans utilisation du compteur. Dans l'une des équipes, les personnes sont représentées par deux cubes emboîtés - parce que les enfants pensent déjà aux deux mains de chaque personne - qui sont ensuite séparés et dénombrés en utilisant compteur et feuille-abaque, les enfants réemboîtant ensuite les deux cubes pour revenir aux personnes.

Puis ils fabriquent alors des petits papiers marqués $\boxed{10}$ et s'expliquent ainsi : « on a donné à chaque barre de deux cubes un papier $\boxed{10}$ parce que chaque personne a dix doigts, après on a pris les compteurs et on tournait la roue des dix pour chaque papier 10 ». Qui dit mieux ? ... Dans l'autre équipe: « on a pris chacune 32 cubes parce qu'on avait pensé que ça pouvait faire les deux mains : moi je faisais une main à chaque enfant et Sophie faisait l'autre main », elles ont ensuite compté les cubes jusqu'à 64.

Equipes disposant d'un nombre de mains

Là encore, la constitution des mains, à l'aide des cubes, se fait directement par comptage ou en utilisant la feuille-abaque* et un compteur. Puis « pour faire une personne on a attaché deux mains ensemble (deux cubes emboîtés) puisqu'une personne a deux mains »...

Enfin, dans l'équipe chargée du CM2A, la première tâche a été de détecter le piège préparé par cette classe : « 500 doigts, ça fait beaucoup ! » a dit Malo : « Ça fait 50 paquets de dix doigts et ça fait 50 personnes puisque chaque personne a dix doigts [...] ils ont peut-être compté aussi les doigts de pieds.

Deuxième problème, l'amélioration des procédures

Nous connaissons le nombre de doigts de chaque classe et nous cherchons le nombre de doigts de toute l'école.

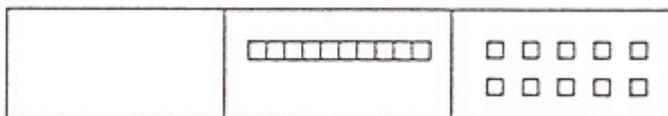
Comment allons-nous faire ?

Nombre de doigts : CM2A = 250 ; CM2B = 240; CM1A = 220 ; CM1B = 240; CE2 = 340 ;
CE1-CE2 = 310; CE1 = 320; CPA = 230; CPB = 220

Ce problème n'a été repris qu'au mois de mai. Malgré une interruption de plus d'un mois, il avait conservé tout son intérêt pour la plupart des enfants qui se souvenaient même très bien de la classe qu'ils avaient eue à traiter.

Il n'est pas possible, dans le cadre de cet article, d'exposer toutes les activités menées dans la classe entre mars et mai, mais on peut décrire de la façon suivante l'état des savoirs et des savoir-faire des enfants au moment où la maîtresse a cru bon de relancer ce problème: ils sont capables de :

- grouper des unités en dizaines et des dizaines en centaines, par simple disposition sur les feuilles-abagues et par échanges.



et inversement.

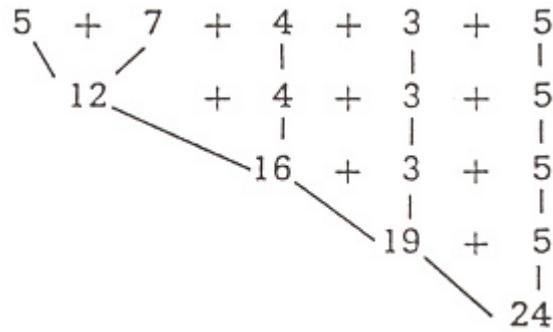
Lorsque plusieurs collections sont ainsi « représentées » successivement sur la même feuille, il arrive que de nouveaux échanges soient possibles, par réunion des collections, sans « lecture » de nombres (qui, d'ailleurs, n'apparaissent pas en tant que tels dans ces activités) ;

- écrire des nombres (sans être nécessairement capable de les « lire ») sur la feuille-abaque et totaliser dans chaque colonne. Il s'agit alors d'un travail sur les nombres et non plus sur les collections.

2	4	0
3	1	0
5	5	10

- réduire des écritures additives en pratiquant le jeu du télégramme (cf. les travaux de l'équipe ERMEL au CP).

Par exemple :



- utiliser quelques faits numériques mémorisés tels que :

$$10 + 10 = 20$$

$$5 + 3 = 8$$

etc.

Première séance : le problème, une fois remémoré, est traité par chaque équipe de deux enfants. Aucune méthode de calcul n'est indiquée.

Voici quelques exemples:

. Décomposition des nombres, pris deux à deux, et comptage :

$$250 + 240 = 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 = 400 + 90 = 490$$

Ici la décomposition permet de collectionner les « 100 » et les « 10 » et de les « compter » comme des objets.

. Calcul mental : $250 + 240$ « 2 et 2, 4; 5 et 4, 9; 0 et 0, 0 donc 490 »

. Utilisation d'une feuille abaque* et addition dans chaque colonne :

2	5	0
2	4	0
2	2	0
2	4	0
3	1	0
3	4	0
3	2	0
2	2	0
2	3	0
21	27	0

Deuxième séance : quelle que soit la méthode utilisée, la nécessité d'améliorer les procédures se fait nettement sentir: c'est le moment de parler de « retenues »... et tout est prêt pour que ce passage se fasse en douceur ; cette seule séance y suffit.

On rappelle la contrainte d'utilisation de la feuille-abaque : un seul chiffre par colonne ; Que faire quand il y en a deux ? « On le met au grenier de l'autre maison » dira un enfant de façon imagée ; et la séance se termine par l'adoption d'une disposition commune :

m	c	d	u
+ 2	+ 2		
	2	5	0
	2	4	0
	2	2	0
	2	4	0
	3	1	0
	3	4	0
	3	2	0
	2	2	0
	2	3	0
2	3	7	0

Extension de la problématique

Où l'on peut réunir autre chose que des doigts...

C'est la dernière étape : les enfants sont invités à inventer d'autres problèmes que l'on trouvera ci-dessous (la rédaction des questions a été travaillée avec la maîtresse avant que les textes ne soient proposés à l'ensemble de la classe). On y retrouve le plaisir de manier les grands nombres (même si l'enfant sait davantage les écrire que les lire) plus que le souci de coller au réel...

Problèmes proposés par les enfants de la classe

Tania

Aurélia m'a donné 180 fleurs, Maman m'en a donné 345. Aurélie m'a apporté 45 fleurs et j'ai trouvé 4 fleurs dans la rue. Combien ai-je de fleurs en tout ?

	+ 1	+ 1	
	1	8	0
	3	4	5
		4	5
			4
	5	7	4

Pascal

J'ai eu 240 billes, j'ai eu 2 121 cadeaux et j'ai eu 13 cerises. Combien ai-je de choses en tout ?

		2	4	0
+	2	1	2	1
			1	3
=	2	3	7	4

Nathalie

J'ai donné des dessins à des gens et on m'a donné des pièces : j'ai eu 99 F. Au travail on m'a donné 1988 F et dans ma tirelire il me reste 19 F. J'aimerais bien savoir combien ça fait ?

		9	9
1	9	8	8
		1	9
2	1	0	6

Sophie

J'avais 1 194 billes et mon frère m'en a donné 1111. Combien ai-je de billes ?

	1		
1	1	9	4
1	1	1	1
2	3	0	5

Au loto, j'ai gagné 1 000 et aujourd'hui j'ai gagné 1 555. Combien ai-je gagné en tout ?

1	0	0	0
1	5	5	5
2	5	5	5

Brice

Éric a 139 bonbons, Malo a 1 498 bonbons. Arys a 50 bonbons, Aurélien a 901. Combien ont-ils de bonbons en tout ?

1	1	1	
1	1	3	9
	4	9	8
	9	5	0
		0	1
2	5	8	8

Sandra

J'ai joué aux billes et j'ai perdu 1 000 et 1 000 et 2 000 et 2 000 billes. Combien ai-je perdu de billes ?

1	0	0	0
1	0	0	0
2	0	0	0
2	0	0	0
6	0	0	0

Françoise Paletou
IMF. Ecole Jules Ferry Meudon

** Feuille-abaque : feuille comportant des colonnes qui permettent d'organiser les éléments d'une collection en unités, dizaines et centaines.*